УДК 537.874.6

Дифракция электромагнитных волн на плоской решетке из киральных полосковых элементов сложной формы

Т.Д.Васильева, С.Л.Просвирнин**

Получено решение задачи дифракции плоской электромагнитной волны на двухпериодической решетке из узких по сравнению с длиной волны идеально проводящих полосков произвольной формы. Проведен анализ дисперсионных зависимостей амплитуд и поляризационных характеристик отраженного и прошедшего поля при нормальном падении плоской волны на решетку из S-образных полосковых элементов в окрестности их нижней резонансной частоты.

1. Введение

Частично прозрачные периодические по двум направлениям плоские дифракционные решетки находят применение в микроволновой технике в качестве частотно и поляризационно селективных поверхностей [1,2]. Усложнение формы элементов решетки существенно расширяет возможности менять поляризацию в отраженном и прошедшем поле. В частности, использование так называемых киральных элементов, т.е. элементов, которые не могут быть совмещены со своими зеркальными изображениями путем сдвига и поворота в плоскости, позволяет получить отраженное и прошедшее поля с разными поляризационными характеристиками при падении на решетку волн с левой и правой круговой поляризацией. Плоские киральные структуры проявляют свойства [3-5], характерные для трехмерных искусственных киральных сред [6], и являются более удобными и простыми в реализации.

Цель данной работы состоит в исследовании дифракционных характеристик плоских периодических решеток из полосковых идеально проводящих элементов, имеющих киральную форму, в окрестности их нижней резонансной частоты.

В качестве элементов решетки взяты плоские металлические полоски произвольной формы. Длина полоска значительно больше его ширины. Ширина может изменяться вдоль полоска. Предполагается, что в резонансных условиях продольная компонента тока, текущего по полоску, существенно превосходит поперечную компоненту и поэтому поперечной составляющей тока можно пренебречь.

2. Постановка задачи. Основные уравнения

Пусть на периодическую с периодами d_x и d_y полосковую решетку, расположенную в плоскости xOy (см. рис. 1), падает плоская электромагнитная волна

$$\vec{E}^i = \vec{P} exp(-i\vec{k}^i\vec{r}), \qquad (1)$$

где $\vec{P}$ - вектор поляризации, $P=1$; $\vec{k}^i$ - волновой вектор падающей волны, $k^i = k$, $k = \omega\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}$. Направление падения задано углами θ_i и φ_i, а вектор поляризации - его компонентами вдоль ортов $\hat{e}_\perp$ и $\hat{e}_\parallel$. Векторы $\hat{e}_\perp$, $\hat{e}_\parallel$ и $\vec{k}^i$ образуют правую тройку (см. рис. 2). Здесь и далее предполагается зависимость от времени вида $exp(i\omega t)$.

Будем искать поле во всем пространстве в виде суперпозиции поля падающей электромагнитной волны $\vec{E}^i$ и рассеянного поля $\vec{E}^s$:

$$\vec{E} = \vec{E}^i + \vec{E}^s.$$

Существование рассеянного поля обусловлено наличием полосковых элементов решетки, на которых наведен ток с некоторой неизвестной поверхностной плотностью $\vec{J}$.

Локальное в плоскости $z=0$ распределение плотности поверхностного тока $\vec{J}(\vec{\rho})$ и его поле излучения $\vec{E}^s(\vec{r})$ можно представить в виде интегралов Фурье

$$\vec{J}(\vec{\rho}) = \frac{1}{4\pi^2}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\tilde{\vec{J}}(\vec{\kappa})\,exp(-i\vec{\kappa}\vec{\rho})\,d\vec{\kappa},$$

$$\vec{E}^s(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi^2}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\tilde{\vec{E}}^s(\vec{\kappa})\,exp\left[-i\vec{\kappa}\vec{\rho} - i\gamma(\vec{\kappa})|z|\right]d\vec{\kappa},$$

где $\vec{r} = \vec{\rho} + \hat{e}_z z$, $\vec{\rho}$ - радиус-вектор в плоскости $z=0$; $\hat{e}_z$ - орт оси Oz; $\gamma(\vec{\kappa}) = \sqrt{k^2 - \kappa^2}$, $Im\gamma \le 0$. Преобразование Фурье поля излучения выражается через преобразование Фурье плотности поверхностного тока в плоскости xOy

$$\tilde{\vec{E}}^s = \tilde{\vec{E}}_t + \hat{e}_z\tilde{E}_z, \quad \tilde{E}_z = \frac{Z_0}{2k}\left(\tilde{\vec{J}},\vec{\kappa}\right),$$

$$\tilde{\vec{E}}_t = -\frac{Z_0}{2\kappa^2}\left[\frac{\gamma}{k}\vec{\kappa}\left(\tilde{\vec{J}},\vec{\kappa}\right) + \frac{k}{\gamma}\vec{\kappa}_\perp\left(\tilde{\vec{J}},\vec{\kappa}_\perp\right)\right],$$

где $Z_0 = \sqrt{\mu_0/\varepsilon_0} = 120\pi$, Ом; $\vec{\kappa}_\perp = [\vec{\kappa},\hat{e}_z]$.

Таким образом, известны линейные операторы

$$\tilde{\vec{E}}_t(\vec{\kappa}) = \left\{\tilde{\vec{E}}_t\tilde{\vec{J}}\right\}(\vec{\kappa}),\ \tilde{\vec{E}}_z(\vec{\kappa}) = \left\{\tilde{\vec{E}}_z\tilde{\vec{J}}\right\}(\vec{\kappa}),$$

* г.Харьков, Радиоастрономический институт Национальной Академии наук Украины

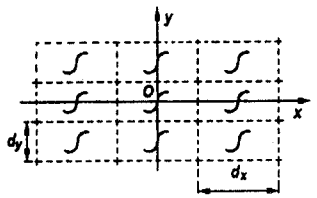


Рис. 1

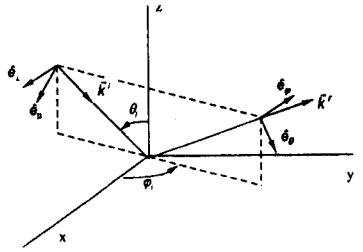


Рис.2

которые ставят в соответствие преобразованию Фурье плотности поверхностного тока преобразования Фурье поперечной и параллельной к оси Oz компонент поля излучения.

Перенумеруем элементы решетки так, чтобы каждому из них соответствовала пара чисел (m,n) и радиус-вектор из начала координат (от элемента $(0,0)$ к элементу (m,n)) определялся выражением

$$\vec{\rho}_{mn} = md_x\hat{e}_x + nd_y\hat{e}_y .$$

Поскольку падающая волна плоская, элементы решетки возбуждаются полем с одинаковой амплитудой и с линейным сдвигом фазы. Если поверхностную плотность тока на элементе $(0,0)$ обозначить $\vec{J}_{00}(\vec{\rho})$, то на элементе (m,n) поверхностная плотность тока равна $\vec{J}_{00}(\vec{\rho}')exp\left(-i\vec{k}^i\vec{\rho}_{mn}\right)$, где $\vec{\rho}'$ - радиус вектор в локальной системе координат, связанной с элементом (m,n). Поэтому для преобразований Фурье плотности поверхностного тока получаем выражение

$$\tilde{\vec{J}}_{mn}(\vec{\kappa}) = \tilde{\vec{J}}_{00}(\vec{\kappa})\,exp\left[i\left(\vec{\kappa}-\vec{k}^i\right)\vec{\rho}_{mn}\right].$$

Неизвестную плотность поверхностного тока на элементе решетки с номером $(0,0)$ будем искать из интегрального уравнения, которое представляет собой условие равенства нулю тангенциальной компоненты электрического поля на поверхности D элемента

$$\frac{1}{4\pi^2}\sum_{m,n=-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\left\{\tilde{\vec{E}}_t\tilde{\vec{J}}\right\}(\vec{\kappa})\times$$
$$\times\, exp\left[i\left(\vec{\kappa}-\vec{k}^i\right)\vec{\rho}_{mn}-i\vec{\kappa}\vec{\rho}\right]d\vec{\kappa}+\vec{E}_t^{\,i}(\vec{\rho})=0, \qquad (2)$$
$$\vec{\rho}\in D,$$

где $\vec{E}_t^{\,i}$ - поперечная к оси Oz компонента поля $\vec{E}^i$ в плоскости $z=0$, для краткости индекс $(0,0)$ у функции $\tilde{\vec{J}}_{00}$ в уравнении (2) и всюду далее опущен.

Если поверхностная плотность тока найдена, с помощью формулы суммирования Пуассона легко получить представление для поля во всем пространстве в виде суперпозиции пространственных гармоник

$$\vec{E}=\vec{E}^i+\sum_{q,p=-\infty}^{\infty}\vec{a}_{qp}\,exp\left\{-i\left[\vec{\kappa}_{qp}\vec{\rho}+|z|\gamma\left(\vec{\kappa}_{qp}\right)\right]\right\},$$

где

$$\vec{a}_{qp}=\frac{1}{d_xd_y}\left\{\tilde{\vec{E}}^s\tilde{\vec{J}}\right\}(\vec{\kappa}_{qp}),$$

$$\vec{\kappa}_{qp}=\hat{e}_x\left(k_x^{\,i}-\frac{2\pi q}{d_x}\right)+\hat{e}_y\left(k_y^{\,i}-\frac{2\pi p}{d_y}\right).$$

3. Решение интегрального уравнения

Форму полоскового элемента решетки будем задавать уравнением его «средней» линии, показанной штриховой кривой на рис. 3, $\vec{\rho}=\vec{q}(s)$ и шириной полоска $2w(s)$ в направлении нормали к средней линии; s - длина дуги. Точка на пластине может быть задана вектором

$$\vec{\rho}=\vec{q}(s)+\hat{n}u, \qquad (3)$$

который зависит от двух параметров $s\in[0,S]$ и $u\in\left[-w(s),w(s)\right]$, $\hat{n}=\vec{q}''(s)/q''(s)$ - единичный вектор нормали к средней линии, штрихи обозначают производные по s.

Решение интегрального уравнения (2) будем искать методом моментов. Как отмечалось выше, предполагаем, что ток течет только вдоль полоска. Поперечная составляющая тока считается пренебрежимо малой, поскольку полосковый элемент узкий и имеет продольный размер близкий к резонансному. Поверхностную плотность тока представим в виде

$$\vec{J}(\vec{\rho})=\hat{t}(s)\frac{I(s)}{\sqrt{1-\left[u/w(s)\right]^2}},$$

где $\hat{t}=\vec{q}'(s)$ - единичный вектор касательной к средней линии. Неизвестную функцию продольного распределения тока $I(s)$ будем искать в виде разложения в ряд

$$I(s)=\sum_{\beta=0}^{N}c_\beta V_\beta(s)$$

по базисным функциям $V_\beta(s)$. В качестве базисных функций выберем так называемые «функции - крышки» [7]

$$V_\beta(s)=\begin{cases}1-\left|s-s_\beta\right|/h, & s\in\left[s_{\beta-1},s_{\beta+1}\right]\\ 0, & s\notin\left[s_{\beta-1},s_{\beta+1}\right],\end{cases}$$

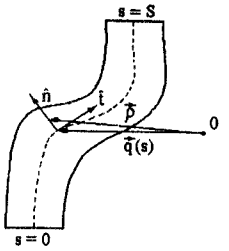


Рис. 3

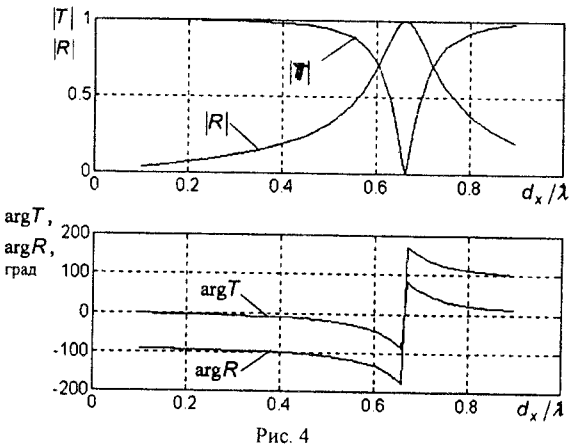
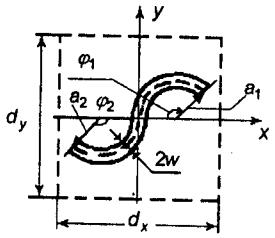


Рис. 4



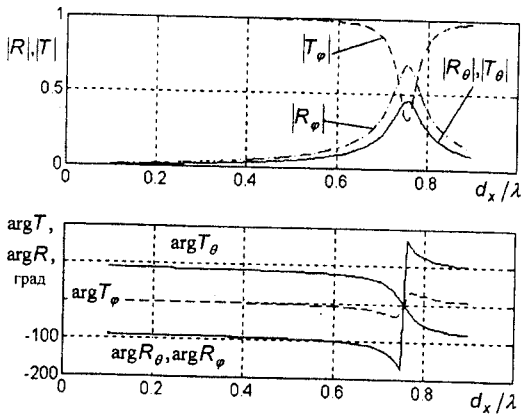


Рис. 5

где $s_\beta = h\beta$, $h = S/N$, $\beta = 0,1,2,\ldots,N$. Так как продольная составляющая плотности поверхностного тока обращается в нуль на концах полоска, коэффициенты c_0 и c_N следует положить равными нулю.

После ряда преобразований функцию $\widetilde{\vec{J}}(\vec{\kappa})$ можно представить в виде

$$\widetilde{\vec{J}}(\vec{\kappa}) = \pi h \sum_{\beta=0}^{N} c_\beta \hat{t}_\beta w_\beta J_0(\vec{\kappa}\hat{n}_\beta w_\beta) \times$$

$$\times sinc^2\left(\frac{h}{2}\vec{\kappa}\hat{t}_\beta\right) exp(i\vec{\kappa}\vec{q}_\beta),$$

где $c_0 = c_N = 0$, $\hat{t}_\beta = \hat{t}(s_\beta)$, $w_\beta = w(s_\beta)$, $\vec{q}_\beta = \vec{q}(s_\beta)$, $J_0(x)$ - функция Бесселя первого рода нулевого порядка, $sinc(x) = \sin x / x$.

В интегральном уравнении (2) заменим $\vec{\rho}$ его представлением в виде (3). Умножим уравнение скалярно на вектор $\hat{t}(s)$, воспользуемся формулой суммирования Пуассона, а затем найдем проекции уравнения на базисные функции $(1-[u/w(s)]^2)^{-1/2}$ и $\{V_\alpha(s)\}_{\alpha=1}^{N-1}$. В результате получим систему линейных алгебраических уравнений относительно неизвестных коэффициентов $\{c_\beta\}_{\beta=1}^{N-1}$ разложения плотности поверхностного тока

$$\sum_{\beta=1}^{N-1} A_{\alpha\beta} c_\beta = f_\alpha, \quad \alpha = 1,2,\ldots,N-1, \qquad (4)$$

где

$$A_{\alpha\beta} = \frac{\pi^2 h}{d_x d_y} w_\alpha w_\beta \sum_{q,p=-\infty}^{\infty} J_0(\vec{\kappa}_{qp}\hat{n}_\alpha w_\alpha) J_0(\vec{\kappa}_{qp}\hat{n}_\beta w_\beta) \times$$

$$\times sinc^2\left(\frac{h}{2}\vec{\kappa}_{qp}\hat{t}_\alpha\right) sinc^2\left(\frac{h}{2}\vec{\kappa}_{qp}\hat{t}_\beta\right) \times$$

$$\times\left(\hat{t}_\alpha, \left\{\widetilde{\vec{E}}_t \hat{t}_\beta\right\}(\vec{\kappa}_{qp})\right) exp\left[i\vec{\kappa}_{qp}(\vec{q}_\beta - \vec{q}_\alpha)\right], \qquad (5)$$

$$f_\alpha = -\pi w_\alpha \hat{t}_\alpha \vec{P} J_0(\vec{k}'\hat{n}_\alpha w_\alpha) exp(-i\vec{k}'\vec{q}_\alpha).$$

4. Анализ численных результатов

Для простоты будем рассматривать нормальное падение на решетку электромагнитной волны (1). Если оба периода решетки меньше длины волны $d_x/\lambda < 1$ и $d_y/\lambda < 1$, как в отраженном, так и в прошедшем поле, имеется только основная распространяющаяся по нормали к решетке пространственная гармоника

$$\vec{E}^r = \vec{R} exp(-ikz), \quad \vec{E}^t = \vec{T} exp(ikz),$$

где $\vec{R} = \vec{a}_{00}$, $\vec{T} = \vec{P} + \vec{a}_{00}$.

Программа численного анализа дифракционных характеристик построена таким образом, что имеется возможность изменять геометрию элемента решетки. В качестве тестового примера была найдена частотная зависимость абсолютной величины и аргумента коэффициента прохождения T и отражения R для решетки с периодами $d_x = d_y = 1.78$ см из элементов в виде прямоугольных полосок шириной $2w = 0.127$ см и длиной $S = 1.27$ см, расположенных так, что их стороны параллельны направлениям периодичности. Результаты приведены на рис.4. На частоте, при которой $S/\lambda \approx 1/2$, происходит полное отражение линейно поляризованной электромаг-

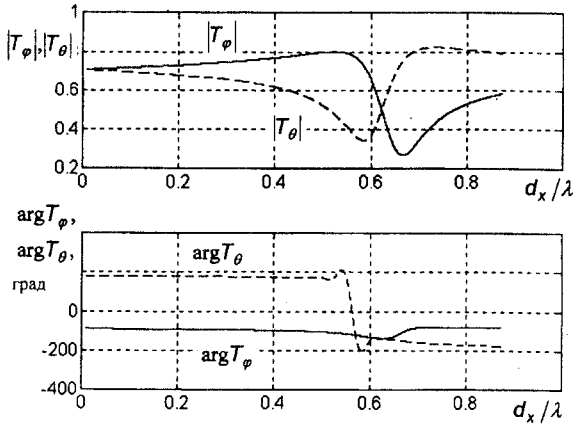


Рис. 6

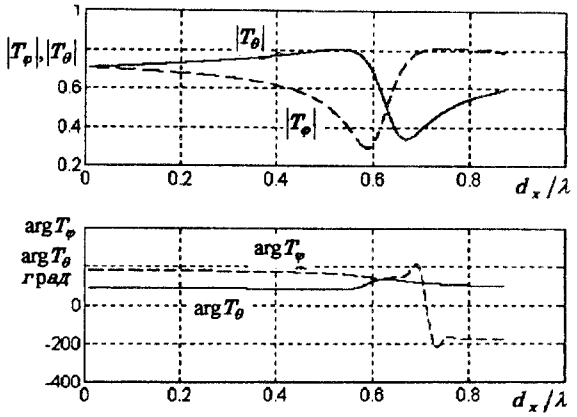


Рис.7

нитной волны, вектор напряженности электрического поля которой параллелен полоскам. Этот эффект описан в [8]. Наши результаты и данные, приведенные в [8], полностью совпадают.

В качестве одной из возможных периодических киральных решеток, т.е. структур, обладающих киральными свойствами, будем рассматривать решетку из *S*-образных элементов (рис. 5). Пусть на решетку падает линейно поляризованная электромагнитная волна с вектором поляризации $\vec{P} = \hat{e}_y$. Направление падения по-прежнему нормально к плоскости решетки: $\varphi_i = 0,\ \theta_i = 0$ и, следовательно, $\vec{p} = -\hat{e}_\perp$ (рис.2). Ясно, что наведенный на *S*-образном элементе ток имеет не только составляющую вдоль оси Oy, но и составляющую, вдоль оси Ox, порождающую поле с поляризацией, ортогональной поляризации падающего поля. Это поле имеет ненулевые компоненты T_θ и R_θ (см. рис.2, $\varphi_i = 0,\ \theta_i = 0$). На рис.5 приведены дисперсионные характеристики амплитуд и фаз прошедшего и отраженного от решетки полей при $\varphi_1 = \varphi_2 = \pi/2,\ a_1 = a_2,\ d_x = d_y,\ a_1/d_x = 0.2$. Наиболее сильное преобразование поляризации в ортогональную происходит на резонансной частоте. Уровень преобразования в максимуме можно изменять, меняя угловые размеры φ_1 и φ_2.

Геометрическая особенность формы *S*-образного элемента, т.е. свойство его зеркальной (киральной) симметрии, приводит к тому, что периодическая структура по-разному влияет на электромагнитные волны с левой и правой круговой поляризацией. Дисперсионные зависимости компонент прошедшего поля при падении на решетку правой круго-поляризованной ($\vec{P} = (\hat{e}_x - i\hat{e}_y)/\sqrt{2}$), приведенные на рис. 6, и левой круго-поляризованной волны ($\vec{P} = (\hat{e}_x + i\hat{e}_y)/\sqrt{2}$) - рис.7, отличаются вблизи резонансной частоты. Данные получены при значениях $\varphi_1 = \varphi_2 = 2\pi/3,\ a_1 = a_2,\ d_x = d_y,\ a_1/d_x = 0.3$.

Как в области частот выше, так и ниже резонансной частоты $|T_\varphi| \approx |T_\theta|$ и $arg\,T_\varphi - arg\,T_\theta = const$, т.е. прошедшая волна так же, как и падающая, имеет круговую поляризацию. При приближении к резонансной частоте прошедшее поле превращается в эллиптически поляризованную волну ($|T_\varphi| \neq |T_\theta|$ вплоть до резонансной частоты). На частоте, при которой размер элемента примерно равен половине длины падающей на решетку круго-поляризованной волны, прошедшее поле становится линейно поляризованным ($|T_\theta| = |T_\varphi|$ и $arg\,T_\theta = arg\,T_\varphi$). Поворот эллипса поляризации прошедшего поля при переходе через резонансную частоту в случае левой и правой круговой поляризации падающей волны происходит в противоположных направлениях.

В заключение отметим, что численный анализ дифракции наклонно падающей на решетку плоской волны с произвольной поляризацией поля может быть проведен с помощью описанного метода без каких-либо существенных его изменений. Используя принцип Бабине, можно получить дифракционные характеристики идеально проводящей плоскости, периодически перфорированной узкими щелями.

Литература

1. *Chen C.C.* Transmission through a conducting screen perforated periodically with apertures // IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques, vol. MTT-18, no. 9, September 1970, pp. 627-632.

2. *Cwik T.A., Mittra R.* Scattering from a periodic array of free-standing arbitrarily shaped perfectly conducting or resistive patches // IEEE Trans. on Antennas and Propagation, vol. 35, no.11, November 1987, pp. 1226-1234.

3. *Arnaut L.R., Davis L.E.* On planar chiral structures // Proceedings, Progress in Electromagnetic Research Symposium (PIERS 1995), (24-28 July 1995, Seattle, WA), p. 165.

4. *Arnaut L.R.* Mutual coupling in arrays of planar chiral structures // In the book *A.Priou* et al. (eds.) «Advances in Complex Electromagnetic Materials», Kluwer Academic Publishers, Printed in the Netherlands, 1997, pp. 293-309.

5. *Prosvirnin S.L.* Analysis of electromagnetic wave scattering by plane periodical array of chiral strip elements // Proceedings of 7-th Intern. Conf. on Complex Media «Bianisotropics-98», 3-6 June 1998, pp. 185-188.

6. *Mariotte F., Tretyakov S.A., Sauviac B.* Modeling effective properties of chiral composites // IEEE Antennas and Propagation Magazine, vol. 38, no. 2, April 1996, pp. 22 - 32.

7. *Марчук Г.И., Агошков В.И.* Введение в проекционно-сеточные методы. М.: Наука, 1981, 416 с.

8. *Gross F.B.* Reflection from on array of conducting plates using classic edge-mode current densities // IEEE Trans. on Antennas and Propagation, vol. 43, no. 11, November 1995, pp. 1333-1335.

Electromagnetic Wave Diffraction by the Plane Array of Chiral Strip Elements of Complex Shape

T.D.Vasilyeva , S.L.Prosvirnin

The solution of the problem of plane electromagnetic wave diffraction by the two-periodic array with ideally conducting arbitrary shaped strip elements is presented. The element width is smaller compare to the wave length. Dispersing characteristics of amplitudes and polarization of reflected and transmitted fields at the lower resonant frequencies of the array with S-shape strip elements are analyzed in the case of the normally incident plane electromagnetic wave.

УДК 621.372

Теория обобщенного двойного щелевого волновода (ОДЩВ) с плавно меняющимися параметрами геометрии щелей

Е.И.Нефёдов, Р.С.Попов**

Построены математические модели (ММ) закрытого ОДЩВ с плавно меняющимися параметрами геометрии щелей, основой которых служат метод поперечных сечений и теория длинной линии. С помощью этих математических моделей исследованы плавные линейные переходы ДЩВ-ЩЛ, ДЩВ-НЩЛ и широкополосный межэтажный переход. Показано, что в одноволновом режиме ММ, основанная на модели длинной линии, позволяет получать результат с «инженерной» точностью, вполне пригодный в качестве первого приближения при решении задачи параметрического синтеза базовых элементов (БЭ) для объемных интегральных схем (ОИС) СВЧ и КВЧ.

Одной из ключевых прикладных задач современной СВЧ-КВЧ техники и технической электродинамики является проблема широкополосного согласования линии передачи, направляющей энергию электромагнитной волны, с нагрузкой.

Особое значение задачи широкополосного согласования имеют для техники ОИС, поскольку, вследствие принципа оптимальности базового элемента [1], на стадии сборки отдельных БЭ в единый модуль ОИС разработчик неминуемо сталкивается с необходимостью обеспечить минимальный коэффициент отражения волны от стыка отдельных БЭ в максимально широкой полосе частот. Положение в ОИС усложняется тем, что в согласовании «нуждаются» ЛП и БЭ, работающие в том числе и на разных типах волн (колебаний). Одним из распространенных способов осуществления широкополосного согласования является включение между линией и нагрузкой согласующего устройства, представляющего собой участок ЛП с плавно меняющимися геометрическими и (или) физическими параметрами (*плавный переход*) [2].

Плавным переходом будем называть такой переход между участками волновода с различными параметрами, который осуществляется путем непрерывного (без скачков) изменения этих параметров. Плавный переход представляет собой неоднородный вдоль оси участок волновода (рис. 1) [2,3,4].

Постановка задачи. Метод

Модель длинной линии. В случае, когда в ЛП, доставляющей к неоднородному участку ($z \in [0, L]$) энергию электромагнитной волны (участок z<0 на рис.1), и в линии, представляющей собой нагрузку (участок z>0 на рис. 1), реализован одноволновый режим для проектирования устройства согласования, для первичного анализа приемлема *модель длинной линии.*

После преобразования телеграфных уравнений процесс прохождения волны через неоднородный участок описывается нелинейным дифференциальным уравнением первого порядка (уравнением Риккати) относительно распределения коэффициента отражения волны вдоль участка с плавно меняющимися параметрами ($z \in [0, L]$ на рис. 1).

Поскольку переход является плавным, естественно предположить, что величина коэффициента отражения является малой величиной в любой точке неоднородного участка. Таким образом, после линеаризации уравнения Риккати, в предположении идеального согласования плавного перехода с нагруз-

*г. Фрязино, Институт радиотехники и электроники РАН