РАДИОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА, 1999, том 44, № 6, с. 681–686

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА И РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН

УДК 537.874.6

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ПОЛЯРИЗАЦИИ ПРИ ОТРАЖЕНИИ ВОЛН МИКРОПОЛОСКОВОЙ РЕШЕТКОЙ ИЗ ЭЛЕМЕНТОВ СЛОЖНОЙ ФОРМЫ

© 1999 г. С. Л. Просвирнин

Поступила в редакцию 05.01.98 г.

Разработан метод для решения задачи рассеяния плоской электромагнитной волны микрополосковой периодической решеткой из узких по сравнению с длиной волны полосков произвольной формы. Проведен анализ поляризации отраженного поля при нормальном падении плоской волны на решетку из *C*- и *S*-образных полосковых элементов в окрестности их нижних резонансных частот. Установлены условия, при которых отраженное поле имеет линейную поляризацию, ортогональную по отношению к поляризации поля падающей волны.

ВВЕДЕНИЕ

Микрополосковая антенная решетка представляет собой ряд идентичных металлических пластин, расположенных периодически на одной из сторон плоского диэлектрического слоя, другая сторона которого полностью металлизирована. Наиболее часто пластины имеют прямоугольную или круглую форму. Микрополосковые антенны работают в узком частотном диапазоне вокруг резонансной частоты излучателя [1, 2].

Отражательные микрополосковые решетки могут быть использованы для коррекции фазы и изменения поляризации поля отраженной волны.

Цель данной работы – исследование поляризационных характеристик отраженного поля при падении плоской электромагнитной волны на периодическую микрополосковую решетку из элементов сложной формы в окрестности их нижней резонансной частоты. Усложнение формы элементов решетки дает возможность существенно менять поляризацию в отраженном решеткой поле по сравнению с его поляризацией при зеркальном отражении от металлического экрана. В частности, использование так называемых киральных элементов позволяет получить отраженные поля с разными поляризационными характеристиками при падении на решетку волн с левой и правой круговой поляризацией [3]. Плоские киральные структуры проявляют свойства, характерные для трехмерных искусственных киральных сред, и являются более удобными и простыми в реализации [4, 5].

В качестве элементов решетки взяты металлические полоски произвольной формы. Длина полоска значительно больше его ширины. Ширина может изменяться вдоль полоска. Предполагаем, что в резонансных условиях продольная компонента тока, текущего по полоску, существенно превышает поперечную компоненту, и поэтому поперечной составляющей тока можно пренебречь.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Пусть на периодическую с периодами d_x и d_y микрополосковую решетку (рис. 1) падает плоская электромагнитная волна

$$\vec{E}^{\text{пад}} = \vec{P}\exp(-i\vec{k}^{\text{пад}}\vec{r}), \qquad (1)$$

где $\vec{P}$ – вектор поляризации, $P = 1$; $\vec{k}^{\text{пад}}$ – волновой вектор падающей волны, $k^{\text{пад}} = k$, $k = \omega\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}$. Здесь и далее полагаем зависимость от времени вида $\exp(i\omega t)$.

Если электромагнитная волна (1) падает на экранированный слой диэлектрика, на поверхности

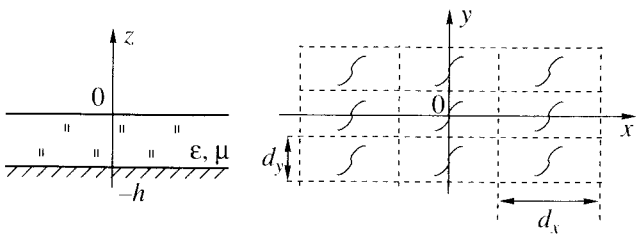


Рис. 1. Микрополосковая решетка.

которого полосковых элементов нет, поле в области $z > 0$ можно представить в виде

$$\vec{E}^{\text{диэл}} = \vec{E}^{\text{пад}} + \vec{R}\exp(-i\vec{k}^{\text{отр}}\vec{r}),$$

где $\vec{k}^{\text{отр}} = (k_x^{\text{пад}}, k_y^{\text{пад}}, -k_z^{\text{пад}})$ – волновой вектор отраженной плоской волны. Вектор $\vec{R}$ находим из граничных условий в результате простых, но громоздких преобразований. Для краткости приведем соответствующее выражение только для случая нормального падения плоской волны:

$$\vec{R} = \vec{P}\left(Z - \frac{1+q}{1-q}\right)\left(Z + \frac{1+q}{1-q}\right)^{-1}, \quad k_x^{\text{пад}} = k_y^{\text{пад}} = 0,$$

где

$$Z = \sqrt{\mu/\varepsilon}, \quad q = \exp(-2ikh\sqrt{\varepsilon\mu}),$$

ε и μ – относительные диэлектрическая и магнитная проницаемости материала слоя.

Будем искать поле над микрополосковой решеткой в виде суперпозиции поля $\vec{E}^{\text{диэл}}$ и рассеянного поля $\vec{E}^{\text{рас}}$:

$$\vec{E} = \vec{E}^{\text{диэл}} + \vec{E}^{\text{рас}}.$$

Существование рассеянного поля обусловлено наличием на поверхности диэлектрического слоя полосковых элементов, на которых наведен ток с некоторой неизвестной поверхностной плотностью $\vec{J}$.

Некоторое локальное в плоскости $z = 0$ распределение плотности поверхностного тока $\vec{J}(\vec{\rho})$ и его поле излучения $\vec{E}^{\text{рас}}(\vec{r})$ можно представить в виде интегралов Фурье:

$$\vec{J}(\vec{\rho}) = \frac{1}{4\pi^2}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\tilde{\vec{J}}(\vec{\kappa})\exp(-i\vec{\kappa}\vec{\rho})d\vec{\kappa},$$

$$\vec{E}^{\text{рас}}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi^2}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\tilde{\vec{E}}^{\text{рас}}(\vec{\kappa})\exp[-i\vec{\kappa}\vec{\rho} - i\gamma_1(\vec{\kappa})z]d\vec{\kappa},$$

где $\vec{r} = \vec{\rho} + \hat{e}_z z$; $\vec{\rho}$ – радиус-вектор в плоскости $z = 0$; $\hat{e}_z$ – орт оси $0z$; $\gamma_1(\vec{\kappa}) = \sqrt{k^2 - \kappa^2}$, $\operatorname{Im}\gamma_1 \le 0$. Как известно [2, 6], преобразование Фурье поля излучения в виде элементарных формул выражается через преобразование Фурье плотности поверхностного тока на границе между экранированным диэлектрическим слоем и свободным пространством:

$$\tilde{\vec{E}}^{\text{рас}} = \tilde{\vec{E}}_t + \hat{e}_z\tilde{E}_z,$$

$$\tilde{\vec{E}}_t = \frac{kZ_0\vec{\kappa}_\perp\left(\tilde{\vec{J}}, \vec{\kappa}_\perp\right)}{\kappa^2[i(\gamma_2/\mu)\operatorname{ctg}\gamma_2 h - \gamma_1]} +$$

$$+\frac{\gamma_1\gamma_2 Z_0\vec{\kappa}\left(\tilde{\vec{J}}, \vec{\kappa}\right)}{k\kappa^2(i\varepsilon\gamma_1\operatorname{ctg}\gamma_2 h - \gamma_2)},$$

$$\tilde{E}_z = \frac{Z_0\gamma_2\left(\tilde{\vec{J}}, \vec{\kappa}\right)}{k(\gamma_2 - i\varepsilon\gamma_1\operatorname{ctg}\gamma_2 h)},$$

где $Z_0 = \sqrt{\mu_0/\varepsilon_0} = 120\pi$ Ом; $\gamma_2(\vec{\kappa}) = \sqrt{k^2\varepsilon\mu - \kappa^2}$, $\operatorname{Im}\gamma_2 \le 0$; $\vec{\kappa}_\perp = [\vec{\kappa}, \hat{e}_z]$.

Таким образом, известны линейные операторы

$$\tilde{\vec{E}}_t(\vec{\kappa}) = \left\{\tilde{\vec{E}}_t\tilde{\vec{J}}\right\}(\vec{\kappa}), \quad \tilde{E}_z(\vec{\kappa}) = \left\{\tilde{E}_z\tilde{\vec{J}}\right\}(\vec{\kappa}),$$

которые дают возможность по преобразованию Фурье плотности поверхностного тока получить преобразования Фурье поперечной и параллельной к оси $0z$ компонент поля излучения.

Перенумеруем элементы решетки так, чтобы каждому из них соответствовала пара чисел (m, n) и радиус-вектор из начала координат (от элемента $(0, 0)$ к элементу (m, n)) определялся выражением

$$\vec{\rho}_{mn} = md_x\hat{e}_x + nd_y\hat{e}_y.$$

Поскольку падающая волна плоская, элементы решетки возбуждаются полем с одинаковой амплитудой и с линейным сдвигом фазы. Если поверхностную плотность тока на элементе $(0, 0)$ обозначим $\vec{J}_{00}(\vec{\rho})$, то на элементе (m, n) поверхностная плотность тока равна $\vec{J}_{00}(\vec{\rho}')\exp(-i\vec{k}^{\text{пад}}\vec{\rho}_{mn})$, где $\vec{\rho}'$ – радиус-вектор в локальной системе координат, связанной с элементом (m, n). Поэтому для преобразований Фурье плотности поверхностного тока получаем выражение

$$\tilde{\vec{J}}_{mn}(\vec{\kappa}) = \tilde{\vec{J}}_{00}(\vec{k})\exp[i(\vec{\kappa} - \vec{k}^{\text{пад}})\vec{\rho}_{mn}].$$

Неизвестную плотность поверхностного тока на элементе решетки с номером $(0, 0)$ будем искать из интегрального уравнения, которое представляет собой условие равенства нулю тангенци-

альной компоненты электрического поля на поверхности D элемента:

$$\frac{1}{4\pi^2}\sum_{m,n=-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\left\{\tilde{\vec{E}}_t\tilde{\vec{J}}\right\}(\vec{\kappa})\exp[i(\vec{\kappa}-\vec{k}^{\,\text{пад}})\vec{\rho}_{mn}- \\ -i\vec{\kappa}\vec{\rho}]d\vec{\kappa}+\vec{E}_t^{\,\text{диэл}}(\vec{\rho})=0,\quad \vec{\rho}\in D, \tag{2}$$

где $\vec{E}_t^{\,\text{диэл}}$ – поперечная к оси $0z$ компонента поля $\vec{E}^{\,\text{диэл}}$ в плоскости $z=0$, для краткости индекс (0, 0) у функции $\tilde{\vec{J}}_{00}$ в уравнении (2) и всюду далее опущен.

Если поверхностная плотность тока найдена, при помощи формулы суммирования Пуассона легко получить представление для отраженного микрополосковой решеткой поля в виде суперпозиции пространственных гармоник:

$$\vec{E}=\vec{E}^{\,\text{диэл}}+\sum_{q,p=-\infty}^{\infty}\vec{a}_{qp}\exp\{-i[\vec{\kappa}_{qp}\vec{\rho}+z\gamma_1(\vec{k}_{qp})]\},$$

где

$$\vec{a}_{qp}=\frac{1}{d_xd_y}\left\{\tilde{\vec{E}}^{\text{рас}}\tilde{\vec{J}}\right\}(\vec{\kappa}_{qp}),$$

$$\vec{\kappa}_{qp}=\hat{e}_x\left(k_x^{\text{пад}}-\frac{2\pi q}{d_x}\right)+\hat{e}_y\left(k_y^{\text{пад}}-\frac{2\pi p}{d_y}\right).$$

Коэффициент отражения микрополосковой решетки определяется выражением

$$\vec{r}=\vec{R}+\vec{a}_{00}.$$

2. РЕШЕНИЕ ИНТЕГРАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ

Форму полоскового элемента решетки будем задавать уравнением его "средней" линии, показанной штриховой кривой на рис. 2,

$$\vec{\rho}=\vec{q}(s)$$

и шириной полоска $2w(s)$ в направлении нормали к средней линии; s – длина дуги. Точка на пластине может быть задана вектором

$$\vec{\rho}=\vec{q}(s)+\hat{n}u, \tag{3}$$

который зависит от двух параметров: $s\in[0, S]$ и $u\in[-w(s), w(s)]$, $\hat{n}=\vec{q}''(s)/q''(s)$ – единичный вектор нормали к средней линии; штрихи означают производные по s.

Решение интегрального уравнения (2) будем искать методом моментов. Как отмечено выше, предполагаем, что ток течет только вдоль полоска. Поперечную составляющую тока считаем пренебрежимо малой, поскольку полосковый элемент узкий и имеет продольный размер, близкий к резонансному. Поверхностную плотность тока представим в виде

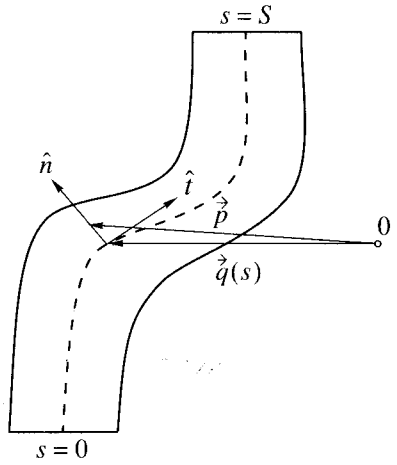


Рис. 2. Полосковый элемент.

$$\vec{J}(\vec{\rho})=\hat{t}(s)\frac{I(s)}{\sqrt{1-[u/w(s)]^2}},$$

где $\hat{t}=\vec{q}'(s)$ – единичный вектор касательной к средней линии. Неизвестную функцию продольного распределения тока $I(s)$ будем искать в виде разложения в ряд:

$$I(s)=\sum_{\beta=0}^{N}c_\beta V_\beta(s)$$

по базисным функциям $V_\beta(s)$. В качестве базисных функций выберем так называемые "функции-крышки" [7]:

$$V_\beta(s)=\begin{cases}1-|s-s_\beta|/h, & s\in[s_{\beta-1}, s_{\beta+1}],\\ 0, & s\notin[s_{\beta-1}, s_{\beta+1}],\end{cases}$$

где $s_\beta=h\beta$; $h=S/N$; $\beta=0, 1, 2, \ldots, N$. Так как продольная составляющая плотности поверхностного тока обращается в нуль на концах полоска, коэффициенты c_0 и c_N следует полагать равными нулю.

После ряда преобразований функцию $\tilde{\vec{J}}(\vec{\kappa})$ можно представить в виде

$$\tilde{\vec{J}}(\vec{\kappa})=\pi h\sum_{\beta=0}^{N}c_\beta\hat{t}_\beta w_\beta J_0(\vec{\kappa}\hat{n}_\beta w_\beta)\times \\ \times\operatorname{sinc}^2\left(\frac{h}{2}\vec{\kappa}\hat{t}_\beta\right)\exp(i\vec{\kappa}\vec{q}_\beta),$$

где $c_0=c_N=0$; $\operatorname{sinc}(x)=\sin x/x$; $\hat{t}_\beta=\hat{t}(s_\beta)$; $w_\beta=w(s_\beta)$; $\vec{q}_\beta=\vec{q}(s_\beta)$; $J_0(x)$ – функция Бесселя 1-го рода нулевого порядка.

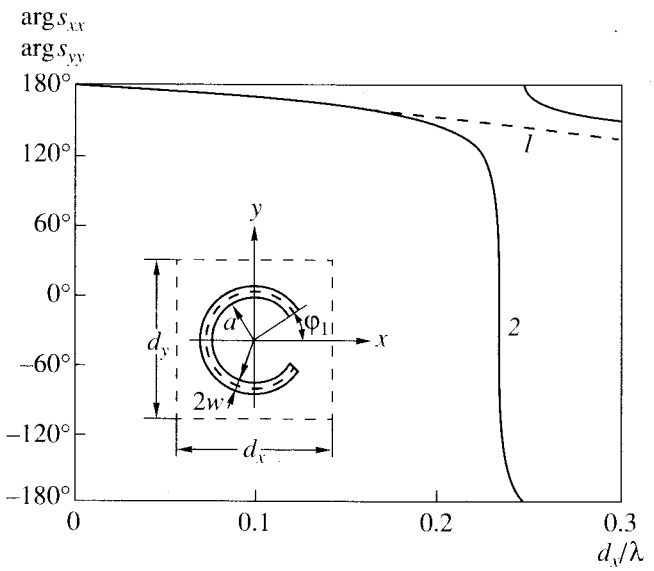


Рис. 3. Зависимости аргументов элементов матрицы отражения от отношения d_x/λ; $d_x = d_y$, $\varepsilon = 2$, $\mu = 1$, $h/d_x = 0.15$, $w/d_x = 0.005$, $a/d_x = 0.3$; $\varphi_1 = 15°$; *1* – $\arg s_{xx}$, *2* – $\arg s_{yy}$.

В интегральном уравнении (2) заменим радиус-вектор $\vec{\rho}$ его представлением в виде (3). Приравняем к нулю скалярное произведение левой части (2) на вектор $\hat{t}(s)$, воспользуемся формулой суммирования Пуассона, а затем найдем проекции уравнения на базисные функции $1/\sqrt{1-[u/w(s)]^2}$ и $\{V_\alpha(s)\}_{\alpha=1}^{N-1}$. В результате получим систему линейных алгебраических уравнений относительно неизвестных коэффициентов $\{c_\beta\}_{\beta=1}^{N-1}$ разложения плотности поверхностного тока:

$$\sum_{\beta=1}^{N-1} A_{\alpha\beta} c_\beta = f_\alpha, \quad \alpha = 1, 2, \ldots, N-1, \qquad (4)$$

где

$$A_{\alpha\beta} = \frac{\pi^2 h}{d_x d_y} w_\alpha w_\beta \sum_{q,\,p=-\infty}^{\infty} J_0(\vec{\kappa}_{qp}\hat{n}_\alpha w_\alpha) J_0(\vec{\kappa}_{qp}\hat{n}_\beta w_\beta) \times$$

$$\times \operatorname{sinc}^2\left(\frac{h}{2}\vec{\kappa}_{qp}\hat{t}_\alpha\right)\operatorname{sinc}^2\left(\frac{h}{2}\vec{\kappa}_{qp}\hat{t}_\beta\right)\left(\hat{t}_\alpha, \left\{\tilde{\vec{E}}_t\hat{t}_\beta\right\}(\vec{\kappa}_{qp})\right) \times \qquad (5)$$

$$\times \exp[i\vec{\kappa}_{qp}(\vec{q}_\beta - \vec{q}_\alpha)],$$

$$f_\alpha = -\pi w_\alpha \hat{t}_\alpha(\vec{P} + \vec{R}) J_0(\vec{k}^{\text{пад}}\hat{n}_\alpha w_\alpha)\exp(-i\vec{k}^{\text{пад}}\vec{q}_\alpha).$$

Приведенные ниже численные результаты анализа характеристик электромагнитного поля найдены из решения системы уравнений (4) при $N = 7$. Матричные элементы (5) системы уравнений вычисляли путем суммирования по q и p от –4 до 4. Эти параметры алгоритма выбраны на основе численных экспериментов, они обеспечивают точность представленных ниже результатов ~1%. Невязка в соотношении, эквивалентном закону сохранения энергии, не превышала 0.001%.

3. АНАЛИЗ ЧИСЛЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

Для простоты будем рассматривать нормальное падение на решетку электромагнитной волны (1). Если оба периода решетки меньше длины волны: $d_x/\lambda < 1$ и $d_y/\lambda < 1$, в отраженном поле имеется только единственная распространяющаяся по нормали к решетке пространственная гармоника:

$$\vec{E}^{\text{отр}} = \vec{r}\exp(-ikz).$$

Векторы $\vec{r}$ и $\vec{P}$ связаны между собой матрицей отражения:

$$\vec{r} = \hat{S}\vec{P}.$$

В базисе, образованном ортами $\hat{e}_x$ и $\hat{e}_y$, матрица $\hat{S}$ имеет следующий вид:

$$\hat{S} = \begin{pmatrix} s_{xx} & s_{xy} \\ s_{yx} & s_{yy} \end{pmatrix}.$$

Из теоремы взаимности следует симметрия матрицы отражения $s_{xy} = s_{yx}$.

На рис. 3 и 4 показаны два типа из рассмотренных элементов решеток: круговое кольцо с разрезом и *S*-образный полосок.

В случае симметричного расположения кольца с разрезом относительно оси $0x$ (рис. 3) матрица отражения решетки имеет нулевые внедиагональные элементы $s_{xy} = 0$. Если кольцо узкое, элемент s_{xx} матрицы отражения не зависит от его размеров, s_{xx} определяется только параметрами подложки и частотой падающей электромагнитной волны, а элемент s_{yy} существенно зависит от соотношения между размерами кольца и длиной волны. Аргумент s_{yy} резко изменяется в узкой резонансной частотной области. Резонанс возникает при длине полоска, приближенно равной половине длины волны в микрополосковой линии с такими же параметрами. Если потерь в диэлектрике подложки нет, то абсолютные величины элементов матрицы отражения равны единице. В окрестности резонансной частоты поляризация отраженного поля может существенно отличаться от поляризации падающей на решетку волны. Так, например, если падающая волна имеет правую

круговую поляризацию, то при $\phi = \pm\pi/2$, где $\phi = \arg s_{yy} - \arg s_{xx}$, отраженное поле поляризовано линейно, а при $\phi = -\pi$ оно имеет левую круговую поляризацию. Если падающая волна поляризована линейно и вектор $\vec{P}$ имеет равные составляющие: $P_x = P_y$, то при $\phi = -\pi$ отраженное поле также имеет линейную поляризацию, но ортогональную по отношению к падающему.

На рис. 4 показаны зависимости элементов матрицы отражения решетки из полосков S-образной формы от отношения периода к длине волны. Такая решетка представляет собой киральную структуру с резко выраженными резонансными дисперсионными характеристиками. В одноволновом режиме, т.е. при $d_x/\lambda < 1$, $d_y/\lambda < 1$ и нормальном падении плоской волны, из закона сохранения энергии и теоремы взаимности следует равенство $|s_{xx}| = |s_{yy}|$.

Если угловой размер φ_1 такой, что на полоске имеются участки с взаимно ортогональными направлениями тока, то диагональные элементы матрицы $\hat{S}$ могут обращаться в нуль (рис. 4, $\varphi_1 = 120°$). На соответствующих частотах при падении на решетку волны, поляризованной линейно вдоль одного из направлений периодичности, отраженная волна поляризована ортогонально по отношению к падающей.

На рис. 5 представлены частотные зависимости амплитуды основной волны амплитуды a_{-10} гармоники с индексами (–1, 0) отраженного поля при нормальном падении плоской волны на решетку из элементов S-образной формы в окрестности их резонансной частоты. Выбраны такие периоды решетки, при которых в отраженном поле распространяющимися являются гармоники с индексами (–1, 0), (0, 0) и (+1, 0). При резонансе происходит перераспределение мощности в отраженном поле между основной и кроссовой поляризациями и между основной (0, 0) пространственной гармоникой и гармониками с индексами (±1, 0).

Отметим, что анализ наклонного падения на решетку плоской волны с произвольной поляризацией поля может быть проведен при помощи описанного метода без каких-либо существенных изменений.

Автор выражает признательность С.А. Третьякову за то, что он инициировал выполненное исследование, обратив внимание автора на своеобразие дисперсионных характеристик решеток из плоских киральных элементов.

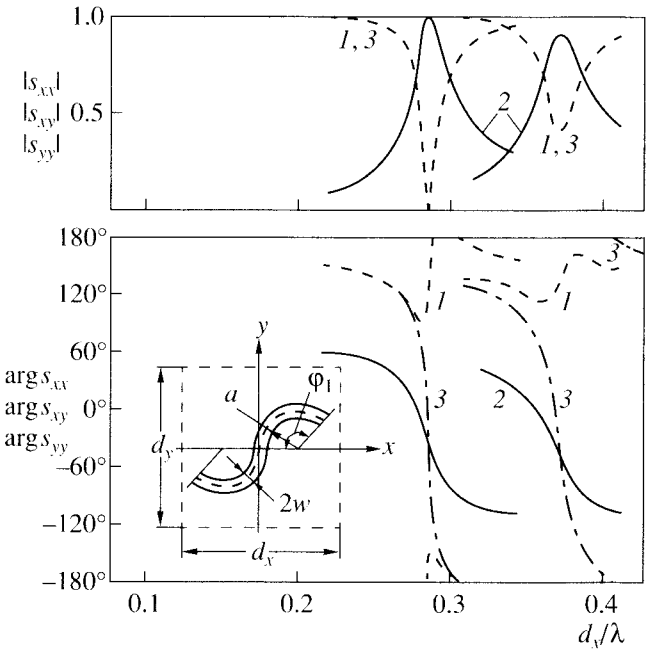


Рис. 4. Зависимости элементов матрицы отражения от отношения d_x/λ; $d_x = d_y$, $\varepsilon = 2$, $\mu = 1$, $h/d_x = 0.15$, $w/d_x = 0.005$, $a/d_x = 0.3$; $\varphi_1 = 120°$ – кривые в окрестности $d_x/\lambda = 0.285$; $\varphi_1 = 90°$ – кривые в окрестности $d_x/\lambda = 0.37$; *1* – s_{xx}, *2* – s_{xy}, *3* – s_{yy}.

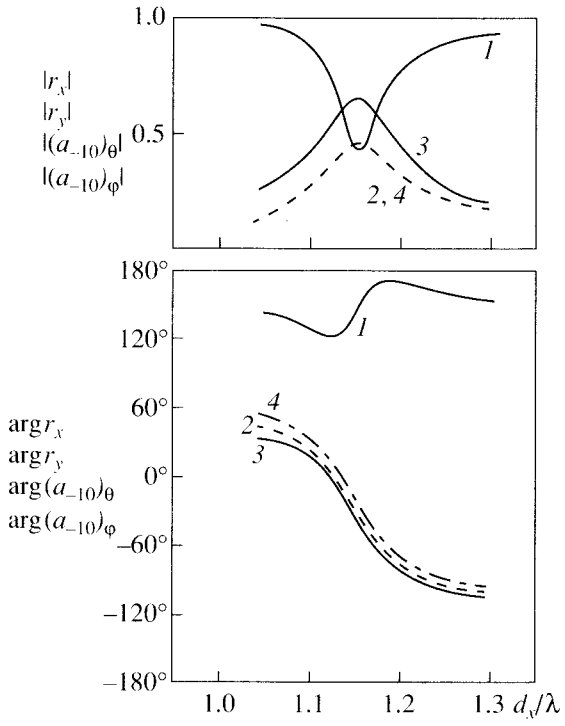


Рис. 5. Зависимости амплитуды основной волны $\hat{r}$ и дифракционной гармоники $\hat{a}_{-10}$ от отношения d_x/λ; $d_x = 4d_y$, $\varepsilon = 2$, $\mu = 1$, $h/d_y = 0.15$, $w/d_y = 0.005$, $a/d_y = 0.3$; $\varphi_1 = 120°$, $\vec{P} = \hat{e}_x$; *1* – r_x, *2* – r_y, *3* – $(a_{-10})_\theta$, *4* – $(a_{-10})_\varphi$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Панченко Б.А., Нефедов Е.И.* Микрополосковые антенны. М.: Радио и связь, 1986.
2. *Просвирнин С.Л., Нечаев Ю.Б.* Расчет микрополосковых антенн в приближении заданного распределения поверхностного тока. Воронеж: Изд-во Воронеж. ун-та, 1992.
3. *Mariotte F., Tretyakov S.A., Sauviac B.* // IEEE Antennas and Propagation Magazine. 1996. V. 38. № 2. P. 22.
4. *Arnaut L.R., Davis L.E.* // Proc. Progress in Electromagnetic Research Symp. (PIERS 1995), 24–28 July 1995, Seattle, WA. P. 165.
5. *Arnaut L.R.* // Advances in Complex Electromagnetic Materials / Ed. by Priou A. et al. Kluwer Academic Publishers. Printed in the Netherlands. 1997. P. 293.
6. *Perlmutter P., Shtrikman S.* IEEE Trans. 1985. V. AP-33. № 3. P. 301.
7. *Марчук Г.И., Агошков В.И.* Введение в проекционно-сеточные методы. М.: Наука, 1981.